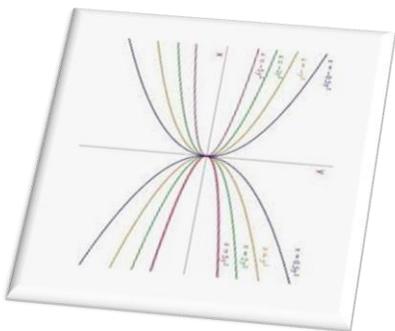


Estudiante:



En esta actividad para examen encontrarás el estudio de las **FUNCIÓNES CUADRÁTICAS**, analizándola la influencia de sus parámetros de forma cualitativa, de manera similar a como lo hiciste con la función lineal. Luego se está la aplicación de las funciones lineales en los **SISTEMAS DE ECUACIONES**.

El **objetivo** entonces es que logres deducir la influencia de cada uno de los parámetros de la función cuadrática en su gráfico y puedas aplicar la resolución de sistema de ecuaciones en situaciones problemáticas.

Presta mucha atención, relee y mira el material las veces que sea necesario. **Normalmente** con una sola vez, **NO alcanza** así que a tener paciencia y consulta todas tus dudas.

Criterios de evaluación

Para evaluar las actividades se tendrá en cuenta

- Adquisición de capacidades en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- Expresarse en forma oral y escrita de manera clara y coherente.
- Se priorizará el trabajo autónomo, la comprensión e interpretación de consignas, los métodos utilizados para la resolución de las actividades y el trabajo ordenado.

¡¡Recuerda las pautas de trabajo!!

Debes hacerlo **PROLIJO, COMPLETO Y ORDENADO**

Formato de presentación

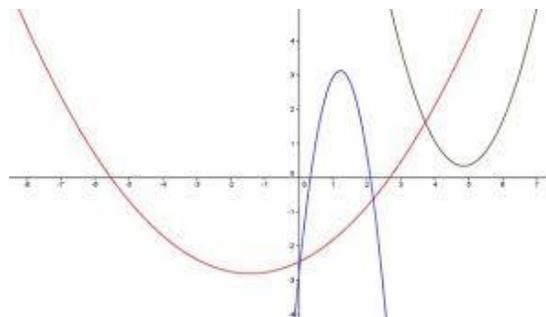
- Debes poner
- nombre y apellido en todas las hojas
 - número de hoja

1^{era} parte: Análisis de los parámetros de la función cuadrática.

Introducción:

Como habrás observado en las gráficas ya realizadas, las **parábolas** no están todas en el mismo lugar del **sistema Cartesiano**. La variación se produce porque las funciones graficadas tienen distintos parámetros

En las actividades que se detallan a continuación deberás graficar distintas parábolas, pero esta vez usarás "graficadores" que te permitirán en forma rápida obtener las gráficas y posteriormente tendrás que sacar conclusiones, analizando dichas gráficas, acerca de como influye cada uno de los parámetros, es decir, el **coeficiente principal**, el **coeficiente lineal** y el **término independiente**.



Para empezar, vamos a convenir que la gráfica de la función cuadrática $f(x) = x^2$ será nuestra parábola 'modelo' a la que llamaremos **parábola matriz**, pues la usaremos para ver como 'se deforman' las otras gráficas en relación a esta.

(completa) En esta función cuadrática: $a = \dots\dots\dots$; $b = \dots\dots\dots$ y $c = \dots\dots\dots$



Como notarás son valores muy particulares



Primera Actividad

Como para 'tomarle la mano' al Geogebra escribe 3 funciones cuadráticas e ingrásalas en la aplicación.

Fácil ¿no?

Variación de la función cuadrática según cambie el valor de "a"



Segunda Actividad

Grafica las siguientes funciones con el GeoGebra y has una observación:

$$g(x) = \frac{1}{2} x^2 \quad m(x) = 3 x^2 \quad h(x) = -\frac{3}{5} x^2 \quad j(x) = 0,2 x^2 \quad t(x) = -\frac{5}{2} x^2 \quad v(x) = -4,1 x^2$$



Tercera Actividad

Ahora agrega a las gráficas anteriores, la gráfica de la parábola matriz y vuelve a hacer una observación.

Estudiante: _____

CONCLUSION



Hasta aquí analizaste el parámetro 'a'.
 Ahora harás algo similar con 'b' y 'c'
¿VÁS ENTENDIENDO LA IDEA?



Variación de la función cuadrática según cambie el valor de "c"



Cuarta Actividad

Esta vez graficarás: $g(x) = x^2 + 2$; $j(x) = -x^2 - 1$ $l(x) = 11/3 - x^2$ $c(x) = -3 + x^2$

¿Cuánto vale 'b'?

y vuelve a hacer una observación. Además, dí que pasa con la apertura de las ramas en todas estas parábolas.

CONCLUSION



Variación de la función cuadrática según cambie el valor de "b"



Quinta Actividad

Por último, graficarás: $m(x) = 3x + x^2$; $t(x) = -x^2 - x$ $n(x) = +\frac{5}{3}x - x^2$ $s(x) = x^2 - 2x$

¿Cuánto vale 'c'?

Antes de hacer una observación y sacar la conclusión completa la siguiente tabla que te ayudará en tu trabajo:

signo de 'a'	signo de 'b'	lado del eje 'y' donde se encuentra el vértice

Ahora sí la conclusión:

CONCLUSION



Sexta Actividad

Haz una lectura de las conclusiones sacadas y realiza un resume en pocas palabras, de como influye cada parámetro en la gráfica de la parábola.

Con lo visto en estas actividades podrás realizar un análisis cualitativo de una función cuadrática así como lo haz hecho con la función lineal

Ahora para afianzar lo trabajado lo aplicarás en la resolución de las siguientes actividades



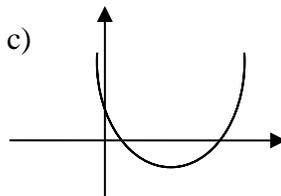
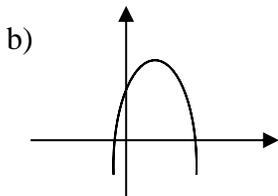
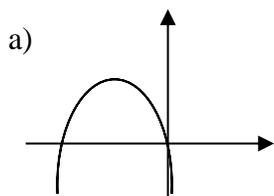
Para fijar ideas!!

Actividad N°1: Determina cuál de las siguientes funciones dadas pueden corresponderse con un gráfico, explicando el porque en cada caso utilizando la información de los parámetros:

$g(x) = 2x + x^2 + 1$; $h(x) = x - 2x^2 + 2$; $m(x) = -x^2 - 4x$ $p(x) = -1 + \frac{2}{3}x^2 - 2x$



Estudiante: _____



Actividad N°2: Para las gráficas del ejercicio anterior que no hayas encontrado una fórmula, escríbelas y para las fórmulas que no les hayas encontrado gráfico, dibújalos.

Actividad N°3: Grafica CUALITATIVAMENTE las siguientes funciones, escribiendo previamente la descripción cualitativa de la gráfica:

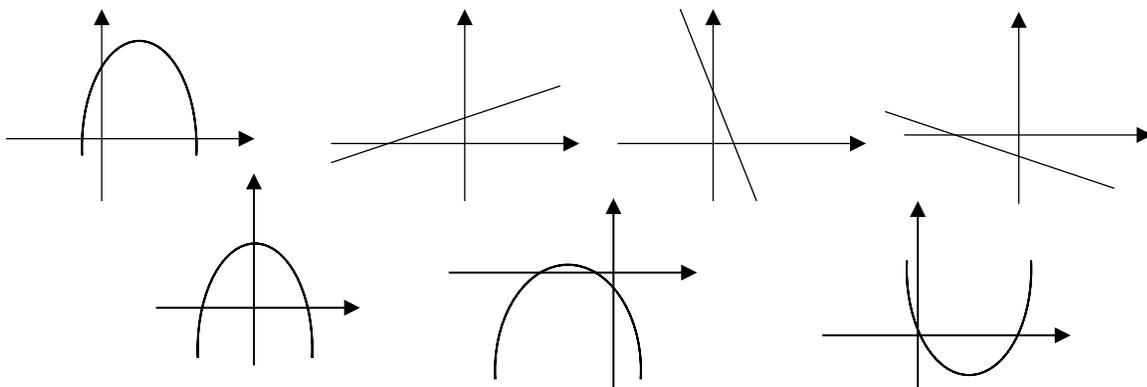
$$m(x) = x^2 + 10 \qquad g(x) = 4x + 6 - 2x^2 \qquad p(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3 - 5x$$

Actividad N°4: *Volvamos al GeoGebra!!* Busca en el menú de la aplicación  este icono, investiga como 'funciona' y aplícalo para hacer un análisis dinámico de la transformación de las parábolas, cuando se modifican sus parámetros.

Actividad N°5: *Incluycamos a las lineales!!* Realiza nuevamente lo de la actividad 1, pero esta vez recordando como influyen los parámetros de la función lineal

$$r(x) = 2x + x^2 + 1 \quad ; \quad f(x) = -2 - \frac{4}{3}x \quad ; \quad ñ(x) = -2x^2 + 2 \quad ; \quad m(x) = x^2 - 3x$$

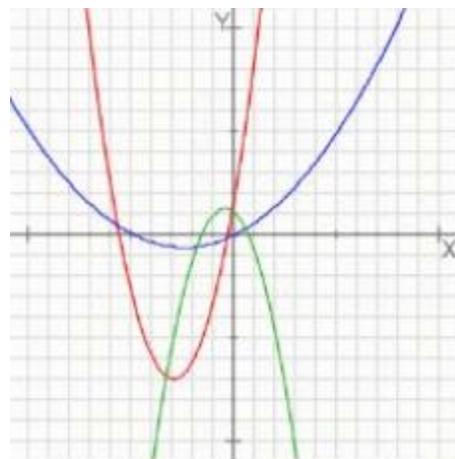
$$j(x) = \frac{1}{2} - 2x \quad ; \quad k(x) = 1 + \frac{2}{3}x \quad ; \quad l(x) = -3 + x \quad ; \quad q(x) = -1 - \frac{5}{8}x^2 - 2x$$



Actividad N°6: Escribe verdadero (*V*) o falso (*F*) según corresponda. *Justifica*

"La parábola que representa a la función $j(x) = 4x^2 - 12x - 9$

- corta al eje y en dos puntos
- corta al eje x en un punto
- no corta al eje y
- tiene por punto a (2;1)
- tiene por punto a (0;-9)



Actividad N°7: Une con flechas, según corresponda:

- a) $y = x^2 + 6x + 2$ Azul
- b) $y = 0,1x^2 - 0,5x$ Rojo
- c) $y = -x^2 - x + 1$ Verde

Actividad N°8: Terminamos con algunas situaciones problemáticas:

A) La función $s(t) = -3t^2 + 36t$, describe el salto de un grillo de manera que "s" indica la altura en centímetros que alcanza el grillo a los "t" segundos. Teniendo en cuenta lo anterior responde:

- a) ¿Qué altura alcanza el grillo a los 2 segundos?
- b) ¿Qué altura alcanza el grillo a los 5 segundos?



Estudiante:

- c) ¿Cuánto tiempo tarda el grillo en volver a tocar el suelo?
 d) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar la altura máxima?
 e) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
 f) Realiza el gráfico cualitativo de $s(t)$ y marca donde están representados las respuestas de las partes c), d) y e)

B) Un cohete se dispara verticalmente con una velocidad de "v". La altura alcanzada "h" a los "t" segundos está dada por $h(t) = -4,9 t^2 + vt$. Si el cohete alcanza una altura de 3m a los 5 seg, ¿con qué velocidad fue lanzado?

C) Un fabricante de ropa ha encontrado que el ingreso "i" está dado por $i(x) = 4000x - 4x^2$, siendo "x" la cantidad de unidades vendidas. Entonces:

- a) ¿Cuál es el ingreso que recibe por 20 unidades?
 b) La función ingreso fue construida teniendo en cuenta los gastos que genera la fabricación, la cantidad de empleados necesarios, la categoría según ingresos brutos, etc. Determina a partir que cantidad de unidades fabricadas, el fabricante comienza a tener pérdidas.
 c) ¿Cuántas unidades se deben fabricar para obtener el máximo ingreso?
 d) ¿Cuál es el ingreso máximo que alcanza dicha fábrica?
 e) Realiza el gráfico cualitativo de $i(x)$ y marca donde están representados las respuestas de las partes b), c) y d).

2da parte: Sistemas de ecuaciones Lineales

Un **SISTEMA de ECUACIONES** es un conjunto de dos ecuaciones con dos incógnitas. A la derecha tenés un ejemplo. Las incógnitas son 'x' e 'y'

Resolverlo significa encontrar el valor de las incógnitas (o sea de 'x' y de 'y') para que **TODAS** las igualdades se cumplan.

$$\begin{cases} y - 3x = -3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

MÉTODO GRÁFICO

Para encontrar dichos valores primero utilizarás el **método gráfico** representando las funciones lineales que corresponden a cada una de las ecuaciones, como has aprendido.

Para eso deberás despejar "y" de las dos ecuaciones y realizar la tabla de valores que te permitirá hacer el gráfico.

La solución al sistema la encontrarás en las **coordenadas del punto** donde las rectas se corten (si es que lo hacen).

Fijate en el siguiente ejemplo:

Para resolver el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} y - 3x = -3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

Despejamos 'y' de las dos ecuaciones, con lo que resulta:

$$\begin{cases} y - 3x = -3 & \longrightarrow & y = -3 + 3x \\ 2x + y = 7 & \longrightarrow & y = 7 - 2x \end{cases}$$

¿reconoces las funciones lineales?

A no desesperar lo explicamos con un ejemplo!!

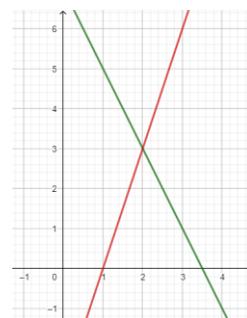


Ahora, usando una tabla con tres valores, graficás las dos rectas en un mismo sistema de coordenadas

Mirá:

$y = -3 + 3x$	
x	y
0	-3
1	0
3	6

$y = 7 - 2x$	
x	y
0	7
2	3
3	1



Y ahora lo representamos en un mismo sistema de coordenadas

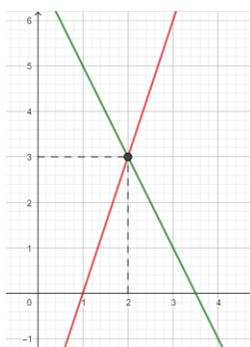
En este caso, las rectas se cortan,

el punto de corte es:

$$(2 ; 3)$$

Entonces la solución al sistema de ecuaciones es:

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

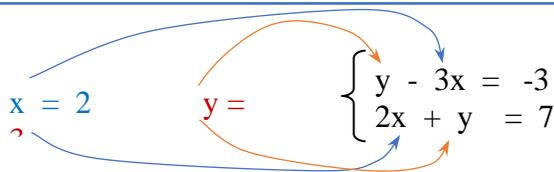


Es conveniente hacer una **verificación** para comprobar que está bien resuelto el sistema. Esto se hace **REEMPLAZANDO** cada incógnita por su valor y al realizar la cuenta, comprobar que la igualdad se cumple. En el caso del ejemplo es:





Estudiante: _____



Para la primera ecuación

$$\begin{aligned} y - 3x &= -3 \\ 3 - 3 \cdot 2 &= -3 \\ 3 - 6 &= -3 \\ -3 &= -3 \end{aligned}$$

Se verifica



Para la segunda ecuación

$$\begin{aligned} 2x + y &= 7 \\ 2 \cdot 2 + 3 &= 7 \\ 4 + 3 &= 7 \\ 7 &= 7 \end{aligned}$$

Se verifica



VERIFICANDO de esta forma que el sistema está resuelto correctamente.



Ahora te toca resolver uno a vos!!

Actividad N°9: $\begin{cases} y - 3 = x \\ 9 = y - 4x \end{cases}$ resuelve el sistema guiándote con el ejemplo

Cuando hagas el gráfico debes ser muy prolijo para que la solución te dé bien

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS (resuélvelas usando el método gráfico)



Debés plantear el sistema y luego resolverlo con el método aprendido

Actividad N°10: En un bazar tienen en total 10 tazas. Algunas tienen 2 asas y otras solo una.

- Escribe todas las cantidades de tazas posibles.
- ¿Cuántas asas habría en cada uno de los casos anteriores?
- Si en total hay 12 asas, encuentra cuántas tazas de un asa hay y cuántas de dos
- Escribí un sistema de ecuaciones que represente la situación planteada y

resuélvelo como aprendiste más arriba (una ayudita: llamá 'y' a las tazas de una asa). ¿Llegaste a la misma solución?



Actividad N°11: El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

Actividad N°12: La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número.

Actividad N°13: Comprueba las tres actividades anteriores, usando GeoGebra

AHORA VERÁS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN ANALÍTICOS

MÉTODOS ANALÍTICOS

Existen varios métodos analíticos de resolución, aquí aprenderás el

Métodos de Sustitución

Recuerda que **resolverlo** significa encontrar el valor de las incógnitas (o sea de 'x' y de 'y') para que **TODAS** las igualdades se cumplan.

Los pasos del MÉTODO DE SUSTITUCIÓN, son los siguientes:

- Despejar en cualquiera de las ecuaciones una de las incógnitas.
- Sustituir, en la otra ecuación, esa incógnita por la expresión hallada.
- Resolver la ecuación con una incógnita que resulta.
- Averiguar el valor de la otra incógnita reemplazando en la expresión hallada en el primer paso.

Míralo en el ejemplo:

Para resolver $\begin{cases} y - 6x = 3 \\ y - 1 = 7x \end{cases}$ despejamos de la primera ecuación la incógnita 'y'

Puede ser cualquiera, pero es más fácil 'y', en este caso



1^{er} pasooo!

Entonces de Despejamos 'y'

$$\begin{aligned} y - 6x &= 3 \\ y &= 3 + 6x \quad (1) \end{aligned}$$

RECUERDA



2^{do} pasooo!!

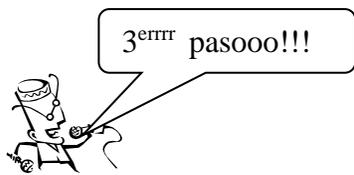
Esta expresión (1), la **SUSTITUIAMOS** en la otra ecuación. Es decir en $y - 1 = 7x$ en lugar de 'y' escribimos '3 + 6x' quedando

$$\begin{aligned} \overbrace{3 + 6x} - 1 &= 7x \end{aligned}$$

Si?

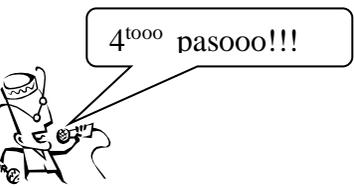


Estudiante:



ii Y esto es una ecuación que sabés resolver!!!

$$\begin{aligned} 3 - 1 &= 7x - 6x \\ 2 &= 1x \\ 2 &= x \quad \text{o sea} \quad \boxed{x = 2} \end{aligned}$$



Ahora reemplazamos este valor de 'x' en la expresión (1), y obtenemos así el valor de la otra incógnita:

O sea en $y = 3 + 6x$, en lugar de 'x' escribimos '2'

$$y = 3 + 6 \cdot 2$$

resolviendo resulta $y = 15$

Entonces la solución a nuestro sistema es: $x = 2 ; y = 15$

Si le dedicas tiempo y esfuerzo vas a lograr entenderlo!!!



Recuerda hacer una **verificación** para comprobar que está bien resuelto el sistema. Esto se hace **REEMPLAZANDO** cada incógnita por su valor y al realizar la cuenta, comprobar que la igualdad se cumple.

VERIFICANDO sabés que el sistema está resuelto correctamente.

Actividad N°6: Encuentra la solución de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales

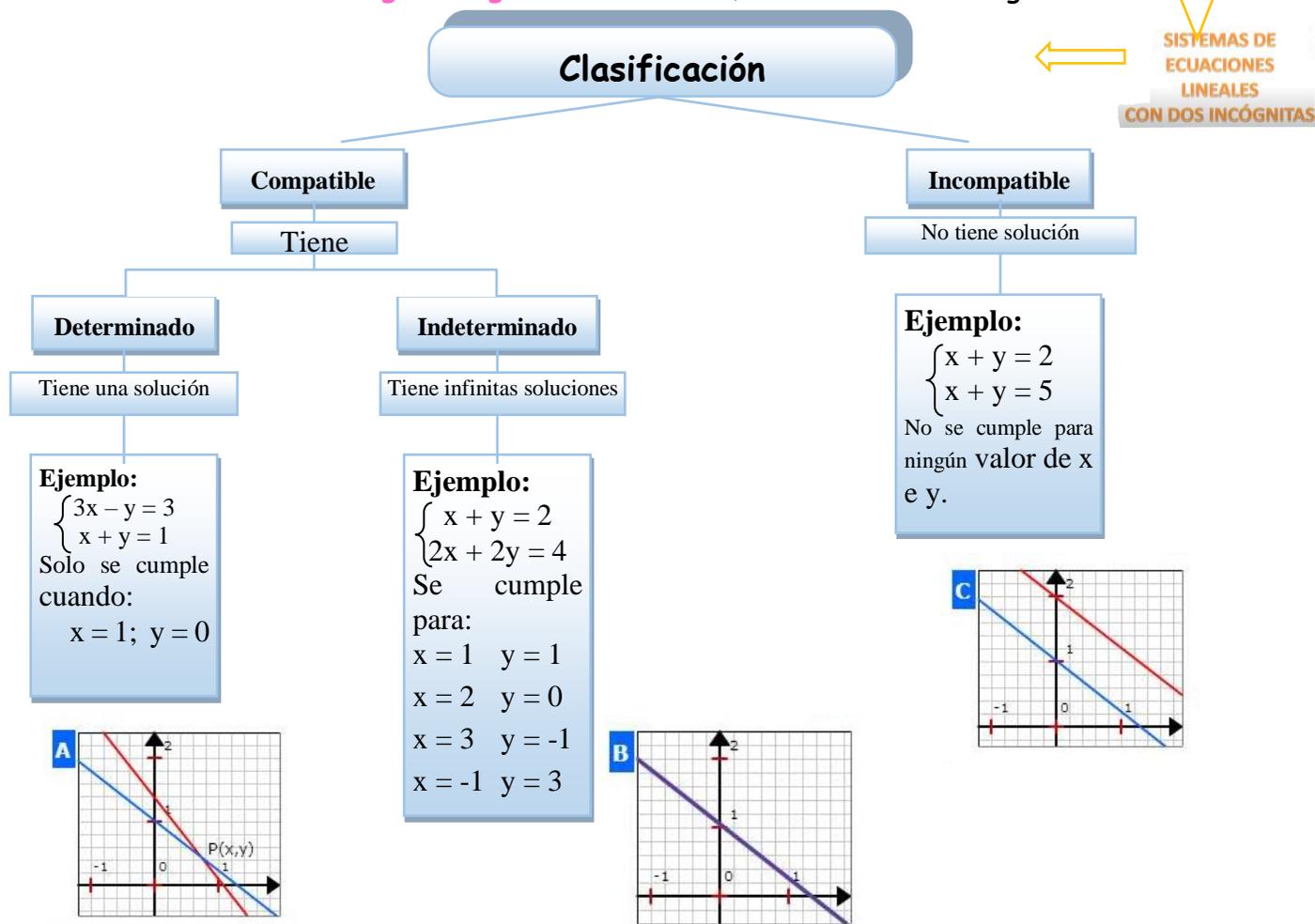
a) $\begin{cases} 5x + 7y = 17 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x + 3y = 20 \\ x + 4y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 225 \\ 5x = 20y \end{cases}$

Podés ver un VIDEO para sacar dudas!!

Los sistemas se **clasifican** según tengan o no solución, como lo indica el siguiente cuadro



Actividad N°7: Resolvé gráficamente estos sistemas, usando **GeoGebra**

a) I $\begin{cases} x + y = -1 \\ -1 + 2y = 4x \end{cases}$ II $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$ III $\begin{cases} 4x - 2y = 4 \\ -x + \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$ IV $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x = \frac{y-6}{2} \end{cases}$ V $\begin{cases} 3(2x - y) = 9 \\ -4x + 2y = -6 \end{cases}$

b) ¿En que casos las rectas que representaste tiene puntos en comun? ¿Cuáles sistemas son **compatibles** (determinados o indeterminados) y cuales **incompatibles**? ¿Por qué?



Estudiante:

Ahora vamos con



Situaciones problemáticas

Debés plantear el sistema y luego resolverlo con el método aprendido

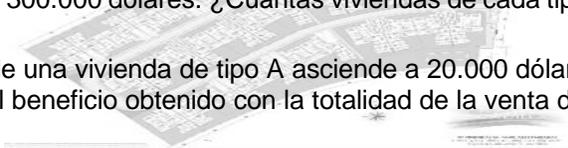
a) Los estudiantes del taller de electromecánica tienen que construir el gabinete rectangular para un tablero eléctrico. Las medidas deben cumplir con las siguientes condiciones, la base debe medir 10cm menos que la altura y su perímetro debe medir 1m.

¿Cuáles serán las dimensiones del mismo?



b) La Dirección de Viviendas de la provincia concede licencias para la construcción de una urbanización de 120 viviendas, de dos tipos A y B. Para ello la constructora dispone de un capital de 15 millones de dólares el cual debe ser invertido en su totalidad, siendo el costo de la construcción de la vivienda de tipo A de 100.000 dólares y de la de tipo B 300.000 dólares. ¿Cuántas viviendas de cada tipo deberá construir la empresa?

Si el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20.000 dólares y por una del tipo B a 40.000 dólares, ¿Cuál será el beneficio obtenido con la totalidad de la venta de las viviendas?



c) Matías es cordobés y trabaja como representante de una empresa multinacional en Madrid.

Viaja a esa ciudad periódicamente, y es fiel cliente de la línea aérea Air Line .

Nicolás, su sobrino, es un estudiante cordobés que viajará por un año de intercambio a Madrid.

Averiguando precios, eligió viajar por la compañía Fire Line .

Matías le propone a Nicolás que cambie de compañía, ya que ambos coinciden en la fecha de regreso a la Argentina.

Pero Nicolás le asegura que no le conviene la promoción de la empresa Air Line , porque obtiene mayor cantidad de kilómetros gratis si viaja por la Fire Line.

Matías insiste en ella, dice que estudió la promoción de ambas compañías y asegura que, por cada peso abonado, la línea aérea Air Line premia con más puntos que la compañía Fire Line .

Las compañías ofrecen estas promociones

Usted gana volando por AIR LINE

El costo de su pasaje le acreditará automáticamente el 75% de su valor en kilómetros. Así, si el 75% de su pasaje es de \$300, se le acreditarán 300 kilómetros. Cuando lo desee, podrá canjear (total o parcialmente) su puntaje actual por un pasaje cuyo destino resulte, en **kilómetros**, menor o igual que la cifra acumulada.

¡Este año FIRE LINE premia a todos sus clientes!

Si compra pasajes antes de las vacaciones de invierno, será beneficiario de nuestra nueva promoción. Al adquirir su **primer** pasaje, ganará 2.500 kilómetros y, además, le sumaremos una cantidad de kilómetros igual a la mitad del costo de todos los pasajes que compre durante la promoción.



i) ¿Quién tiene razón? ¿Matías? ¿Nicolás? ¿ambos?

ii) Si un viaje de Madrid a Córdoba equivale a \$10.000, ¿quién tiene razón?

¿Con cuál de las dos empresas les conviene viajar para obtener más puntos? ¿Por qué?

iii) ¿Por qué Matías elegirá siempre Air Line ?



Es muy importante que resuevas la secuencia con conciencia de lo que estás realizando para que puedas **APRENDERLO**
Es fundamental que sepas explicar muy bien con tus palabras el trabajo